**2.4. Производные первого порядка функции   
одной переменной**

**Определение 2.15.** Пусть функция ** определена на интервале , и число . Придадим  приращение  так, чтобы . Приращение аргумента  вызовет приращение функции  Предел (если он существует) отношения приращения функции к приращению аргумента  при  называется *производной*  функции  и обозначается , т. е.

. (2.11)

При этом сама функция  называется *дифференцируемой в точке х.*

Для обозначения производной также используются следующие символы: .

*Механический* смысл производной в данной точке – мгновенная скорость прямолинейного движения в данный момент времени.

*Геометрический* смысл производной в данной точке – угловой коэффициент касательной к графику функции в данной его точке.

*Экономический* смысл производной в данной точке – предельные издержки производства при данном его объеме.

**Основные правила дифференцирования**

## Пусть С – произвольная постоянная; и – дифферен-цируемые функции, тогда:

1.  (2.12)
2.  (2.13)
3.  (2.14)
4. . (2.15)

**Таблица производных**

1. (*C –*константа)..

3. , (*k*, *b* – константы). 4.

# 5. 6.

7. . 8.

9. . 10.

11. 12.

13.  14.

15.  16. 

**Замечание.** В таблице в качестве *u* может быть функция независимой переменной *x.*

**Пример 2.9.** Найти производную функции:

а)  б) 

**Решение**

а) Сложная функция состоит из двух частей: где Следовательно, по формулам пп. 4, 9 и 3 из таблицы производных получим:

*.*

б) Сложная функция состоит из трех частей: где Следовательно, по формулам пп. 9 и 3 из таблицы производных получим:

.

**Ответ:** а); б).

**Пример 2.10.** Найти производную функции: .

**Решение**

Преобразуем квадратный корень в степень:

.

Данная функция – сложная, она состоит из дроби  и степенной функции: .

.

Так как , то

 (по правилу дифференцирования дроби) =



 ==.

**Ответ:** .

**Пример 2.11.** Найти производную функции: .

**Решение**

Функция сложная, она состоит из дроби ,в свою очередь знаменатель дроби *v* – есть произведение двух функций . Таким образом:



  



**Ответ:** 

Вычислите производные функций:

1 2



4 *x*

**а)** *y*   



4 *x*



*x*



* *x* ;

**в)** *y*  3*x*3 ln *x* ; **г)**

*y*  *x*2  2*x*  2*ex* ;

**д)** *y* 



*x*



3  *x*

; **е)**

*y*  arctg *x* ;

1 *x*2

**ж)** *y*  ;

1

3

tg3*x*

**и)** *y*  sinx

cos 4*x* ; **к)**

*y*  *e*7*x*  *e* 2 x;

**л)** *y*  ln 1 2*x* ; **м)**

**н)** *y*  arcctg 1 ; **о)**

*x*

*y*  ln(sin *x)* ;

*y*  sin ;

1 *x*2

*x*

**п)** *y*  2ln *x* ; **р)**

**с)** *y*  sin3 *x*  *e* *x* ;

*y*  *x*  5 *x*

